Analytická geometrie v E_3 - kvadriky

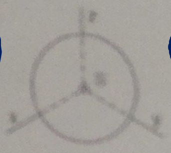
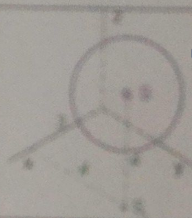
ROVNICE KVADRIKY (v základní a posunuté poloze)

Kvadriky v základní poloze - střed nebo vrchol leží v počátku (viz příloha na konci)
Posunutí – v rovnici nahradíme všechny proměnné dvojčlenem : $x \to (x-m)$, $y \to (y-n)$, $z \to (z-p)$

Bod $[m, n, p]$ je střed S nebo vrchol V kvadriky.

Příklad: Koule sphere (S, r)

c)

 C= $[0,0,0], r = 2$ $x^2 + y^2 + z^2 = 4$	 C= $[3,4,4], r = 2$ $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 4$ $x^2 - 6x + y^2 - 16y + z^2 - 8z + 37 = 0$

canonical form of eq. quadrics (quadratic surface)

KANONICKÝ TVAR ROVNICE KVADRIKY

Canonical form of quadrics equation

V obecné rovnici doplníme příslušné členy s proměnnými na úplné čtverce a postupně upravíme (čtverce na levou stranu a vše ostatní na pravou stranu rovnice). Pokud se v rovnici vyskytují všechny čtverce, bude na pravé straně *1* (elipsoidy a hyperboloidy) nebo *0* (kuželová plocha).

d) *Příklad:* $2x^2 - 8x + 3y^2 + 18y - 6z + 35 = 0$

Řešení (solution):

$$2[x^2 - 4x] + 3[y^2 + 6y] - 6z + 35 = 0$$
$$2[(x-2)^2 - 4] + 3[(y+3)^2 - 9] = 6z - 35$$
$$2(x-2)^2 - 8 + 3(y+3)^2 - 27 = 6z - 35$$
$$2(x-2)^2 + 3(y+3)^2 = 6z$$
$$\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{(y+3)^2}{2} = z$$

elliptic

Elliptic

Eliptický paraboloid, vrchol V= $[2,-3,0]$, osa souměrnosti (axis) // z ($X=V+(0,0,1)t$)

e) *Příklad:* $-3x^2 + 6x + 4y^2 - 16y + 12z^2 + 24z + 13 = 0$

Řešení :

$$-3[x^2 - 2x] + 4[y^2 - 4y] + 12[z^2 + 2z] = -13$$
$$-3[(x-1)^2 - 1] + 4[(y-2)^2 - 4] + 12[(z+1)^2 - 1] = -13$$
$$-3(x-1)^2 + 4(y-2)^2 + 12(z+1)^2 = 12$$
$$-\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} + (z+1)^2 = 1$$

one-sheeted

Jednodílný hyperboloid, střed C= $[1,2,-1]$, osa souměrnosti (axis) // x ($X=S+(1,0,0)t$)