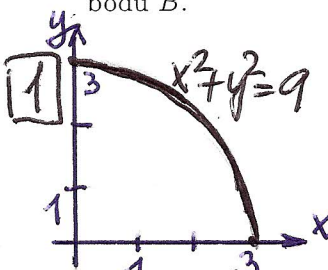
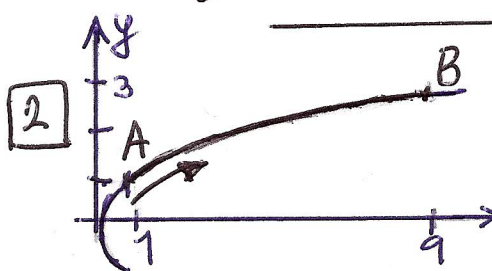


1. [3 body] Načrtněte křivku $C : x^2 + y^2 = 9, x \geq 0, y \geq 0$ a navrhňte její parametrizaci.
 Vypočítejte $\int_C y(x^2 + y^2) ds$, tj. křivkový integrál skalární funkce.
 Tento integrál může vyjadřovat statický moment křivky C . Vzhledem k jaké ose, jaká je hustota?
2. [3 body] Křivka C je část grafu funkce $x = y^2$ mezi body $A = [1, 1]$ a $B = [9, 3]$. Načrtněte tuto křivku a navrhňte její parametrizaci.
 Vypočítejte práci, kterou vykoná síla $\vec{f} = (x + y, y^2)$ působením podél této křivky, a to od bodu A do bodu B .

1.  param. $x = 3 \cos t$ nebo stručně
 $X = P(t) = \begin{cases} y = 3 \sin t \\ t \in \langle 0, \pi/2 \rangle \end{cases}$ $P(t) = [3 \cos t, 3 \sin t]$
 $\dot{P}(t) = (-3 \sin t, 3 \cos t)$
 $\|\dot{P}(t)\| = \sqrt{9 \cos^2 t + 9 \sin^2 t} = 3$
 $\int_C y(x^2 + y^2) ds = \int_0^{\pi/2} 3 \sin t (9 \cos^2 t + 9 \sin^2 t) \cdot 3 dt =$
 $= 9 \cdot \int_0^{\pi/2} 9 \sin t dt = 81 \cdot (-1) [\cos t]_0^{\pi/2} = (81) \cdot [0 - 1] = +81$

2.  param. $x = t^2$ nebo stručně
 $X = P(t) = \begin{cases} y = t \\ t \in \langle 1, 3 \rangle \end{cases}$ $P(t) = [t^2, t]$
 $\dot{P}(t) = (2t, 1)$
 orientován
 souhlasně, neboť $P(t=1) = [1, 1] = A$
 práce $= \int_C (x + y, y^2) \cdot d\vec{s} = \int_1^3 (t^2 + t, t^2) \cdot (2t, 1) dt =$
 $= \int_1^3 (2t^3 + 2t^2 + t^2) dt = \int_1^3 (2t^3 + 3t^2) dt = \left[\frac{t^4}{2} + t^3 \right]_1^3 =$
 $= \left(\frac{81}{2} + 27 \right) - \left(\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{80}{2} + 26 = 66$

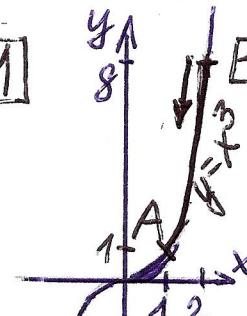
1. [3 body] Křivka C je část grafu funkce $y = x^3$ mezi body $A = [1, 1]$ a $B = [2, 8]$. Načrtněte tuto křivku a navrhněte její parametrizaci.

Vypočítejte práci, kterou vykoná síla $\vec{f} = (xy, \frac{x}{y})$ působením podél této křivky, a to od bodu B do bodu A .

2. [3 body] Křivka K je úsečka AB , kde $A = [2, 1]$, $B = [1, 4]$.

Navrhněte parametrizaci křivky K a vypočítejte $\int_K (x^2 + y^2) ds$, tj. křivkový integrál skalární funkce. Tento integrál může vyjadřovat moment setrvačnosti křivky K . Vzhledem k čemu, jaká je hustota?

1

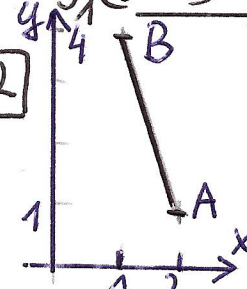


B param. $\begin{cases} x=t \\ y=t^3 \end{cases}$ nebo stručně $P(t) = [t, t^3]$
 $X = P(t) \begin{cases} y=t^3 \\ t \in \langle 1, 2 \rangle \end{cases} \quad P'(t) = (1, 3t^2)$
 orientace: pro $t=1 \rightarrow P(1) = [1, 1] = A$
 nesouhlasně orient.

$$\text{práce} = \int_C (xy, \frac{x}{y}) ds = \int_1^2 (t \cdot t^3, \frac{t}{t^3}) \cdot (1, 3t^2) dt =$$

$$= - \int_1^2 (t^4 + 3) dt = - \left[\frac{t^5}{5} + 3t \right]_1^2 = - \left[\left(\frac{32}{5} + 6 \right) - \left(\frac{1}{5} + 3 \right) \right] = - \frac{46}{5}$$

2



param. $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+3t \end{cases}$ nebo stručně $P(t) = [2-t, 1+3t]$
 $X = P(t) \begin{cases} y=1+3t \\ t \in \langle 0, 1 \rangle \end{cases} \quad P'(t) = (-1, 3)$
 $\|P'(t)\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$$\int_K (x^2 + y^2) ds = \int_0^1 [(2-t)^2 + (1+3t)^2] \cdot \sqrt{10} dt =$$

$$= \int_0^1 [4 - 4t + t^2 + 1 + 6t + 9t^2] \sqrt{10} dt =$$

$$= \sqrt{10} \int_0^1 (5 + 2t + 10t^2) dt = \sqrt{10} \left[5t + t^2 + \frac{10}{3}t^3 \right]_0^1 =$$

$$= \sqrt{10} \left[5 + 1 + \frac{10}{3} \right] = \frac{28 \cdot \sqrt{10}}{3}$$

J_0 (vzhledem k počátku, když $\rho = 1$)