

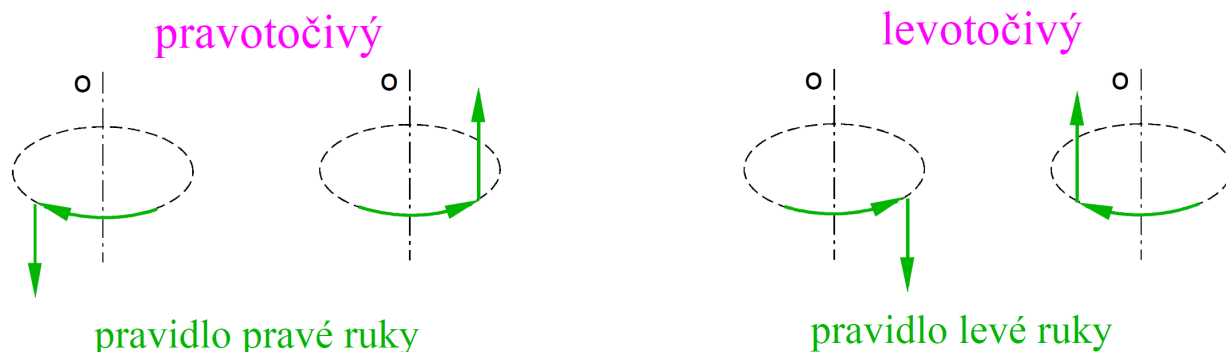
# ŠROUBOVICE

## 1) Šroubový pohyb

Šroubový pohyb vznikne složením dvou pohybů : **otočení** kolem dané osy ***o*** a **posunutí** ve směru této osy. Velikost posunutí je přitom přímo úměrná otočení. Konstantou této přímé úměrnosti je  $v_0$  - **redukováná výška závitu** .

$$p = v_0 \cdot \omega , p - \text{velikost posunutí, } \omega - \text{úhel otočení ( v radiánech)}$$

**Smysl šroubového pohybu v závislosti na orientaci složek pohybu:**



Při zobrazení v Mongeově promítání bude osa ***o*** vždy kolmá k půdorysně.



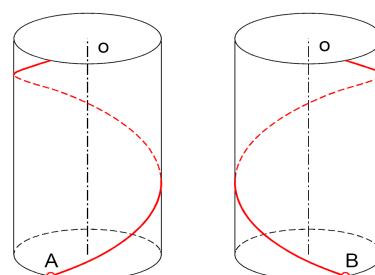
**Poznámka:** Orientaci posunutí značíme v nárysu šipkou směrem dolů, šipka otočení vyznačená v půdorysu **nad** *o*<sub>1</sub> směřuje u pravotočivého pohybu doprava, u levotočivého doleva. Orientace složek šroubového pohybu je pak shodná nebo opačná vzhledem k orientaci šipek.

**Určení šroubového pohybu** : osa *o*, redukováná výška  $v_0$  a smysl pohybu - (*o*,  $v_0$ , smysl)

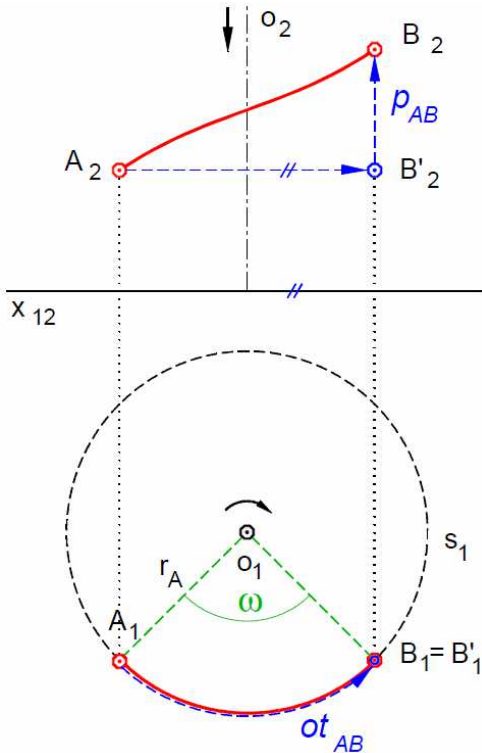
## 2) Základní pojmy a konstrukce

**Šroubovice** je trajektorie bodu ve šroubovém pohybu. Je určena tvořicím bodem a šroubovým pohybem.

Na obrázku je zobrazen jeden závit šroubovice na plášti rotačního válce : *A*, *o*,  $v_0$ , *pravotočivý*  
*B*, *o*,  $v_0$ , *levotočivý*



## Složky oblouku ( $A \rightarrow B$ ) pravotočivé šroubovice



### 1) Půdorys:

$r_A = \|o_1 A_1\|$  - poloměr šroubovice bodu A  
půdorys šroubovice leží na kružnici  $s_1 \equiv (o_1, r_A)$

**Otočení  $ot_{AB}$**  : oblouk  $A_1 B_1$   
úhel otočení  $\omega$  nahradíme  
příslušným obloukem kružnice  $s_1$   
Posunutí se v půdorysu neprojeví

### 2) Nárýs:

**Otočení** : úsečka  $A_2 B'_2 // x_{12}$   
(nárýs oblouku otočení  $ot_{AB}$ )

**Posunutí  $p_{AB}$**  : úsečka  $B'_2 B_2$   
posunutí  $p_{AB} = z_B - z_A$

Orientace složek je v daném případě proti šipce

## Vztah mezi otočením a posunutím

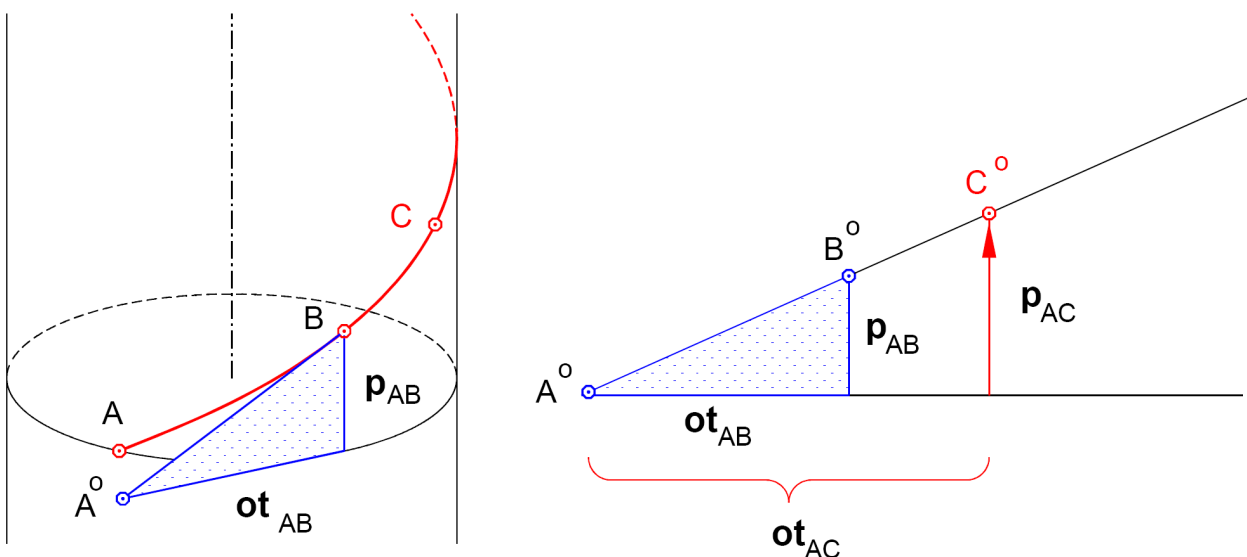
A) Výpočtem :  $p = v_0 \cdot \omega$  dáno  $\omega_{AB} \Rightarrow p_{AB} = v_0 \cdot \omega_{AB}$

$$\text{dáno } p_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{p_{AB}}{v_0}$$

Poznámka:  $\omega = 1 \Rightarrow p = v_0 \Rightarrow$  otočení o 1 radián ( $\approx 60^\circ$ ) představuje posunutí o  $v_0$   
(oblouk otočení délky  $r_A$  představuje posunutí o  $v_0$ )

## B) Graficky

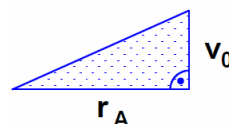
Velikost otočení je dána délkou příslušného oblouku půdorysu šroubovice



Postup pro konstrukci dalšího bodu  $M$  šroubovice určené bodem  $A$  a red.výškou  $v_0$  :

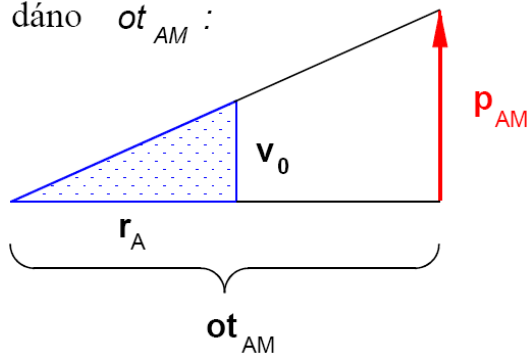
1) základní  $\Delta$ : pravoúhlý, odvěsny  $r_A$  a  $v_0$

(oblouk otočení délky poloměru  $r_A$  šroubovice  $\leftrightarrow$  posunutí  $v_0$ )



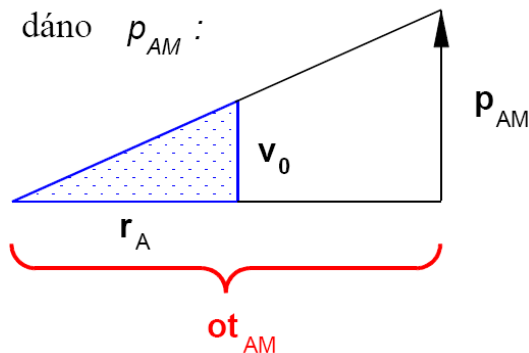
2) změna velikosti základního  $\Delta$  podle odvěsny příslušné složky

dáno  $ot_{AM}$  :



“k otočení určit posunutí“

dáno  $p_{AM}$  :



“k posunutí určit otočení“

Poznámka: Při konstrukcích použijeme rektifikaci oblouku kružnice jako v kinematice.

### Výška závitu šroubovice

**Výška závitu  $v$**  = posunutí při otočení o úhel  $\omega = 2\pi$

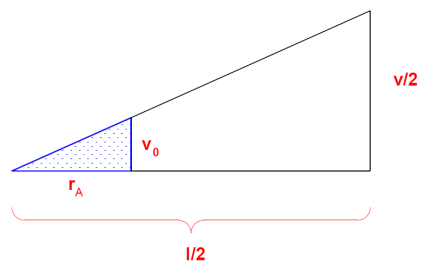
Vztah mezi  $v$  a  $v_0$  :

$$\omega = 2\pi \Rightarrow p = 2\pi r v_0 \Rightarrow v = 2\pi r v_0$$

$$v_0 = \frac{v}{2\pi r}$$

Grafickou závislost ukazuje obrázek

( $l/2$  je polovina délky půdorysu šroubovice)

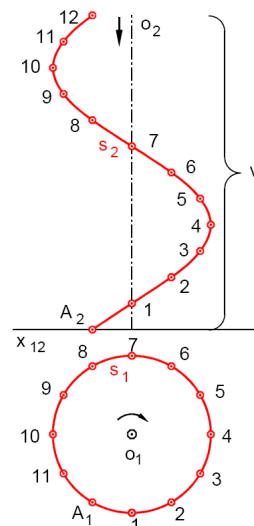


Příklad: Zobrazte jeden závit pravotočivé šroubovice dané bodem  $A$ , osou  $o$  a výškou závitu  $v$ .

1) Půdorysem bude kružnice  $s_1 \equiv (o_1, r = \|o_1 A_1\|)$ ,

body šroubovice v půdoryse zvolíme s krokem otočení  $30^\circ$   
( $30^\circ = 360^\circ/12$ ).

2) Nárýs těchto bodů dostaneme pomocí kroku posunutí =  $v/12$



### 3) Základní úlohy

- (1) Průsečík šroubovice s rovinou  $\rho$  rovnoběžnou s osou ( $\rho \perp \pi$ )
- (2) Průsečík šroubovice s rovinou  $\rho$  kolmou k ose ( $\rho // \pi$ )
- (3) Tečna šroubovice

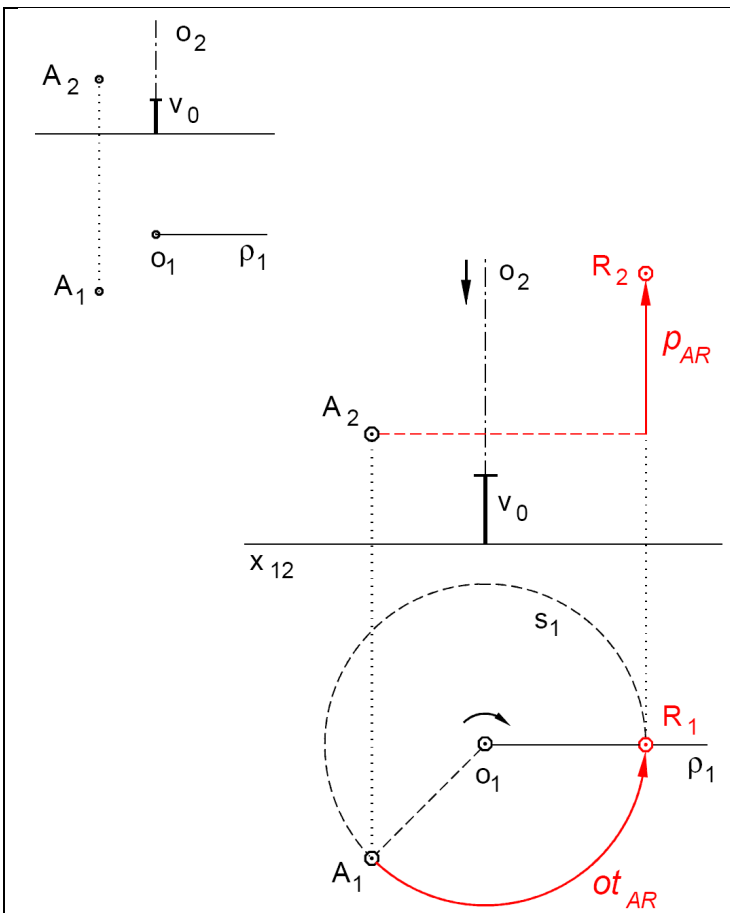
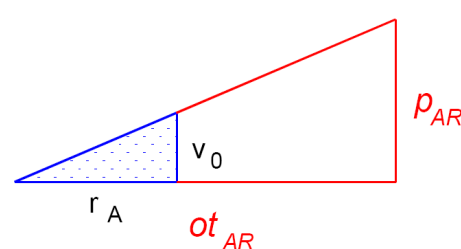
Úlohy budeme řešit graficky.

Při početním řešení je nutné úhel otočení převádět z radiánů na stupně (a naopak) a použít vztahů ( $\alpha$  je úhel otočení ve stupních):

$$p = v_0 \omega \Rightarrow p = v_0 \frac{\pi \alpha}{180} \quad \text{“k otočení (ve stupních) určit posunutí“}$$

$$\omega = \frac{p}{v_0} \Rightarrow \alpha = \frac{p}{v_0} \frac{180}{\pi} \quad \text{“k posunutí určit otočení (ve stupních)“}$$

Příklad 1a: Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice ( $A, o, v_0$ , pravotočivý) s polorovinou  $\rho \perp \pi$ .

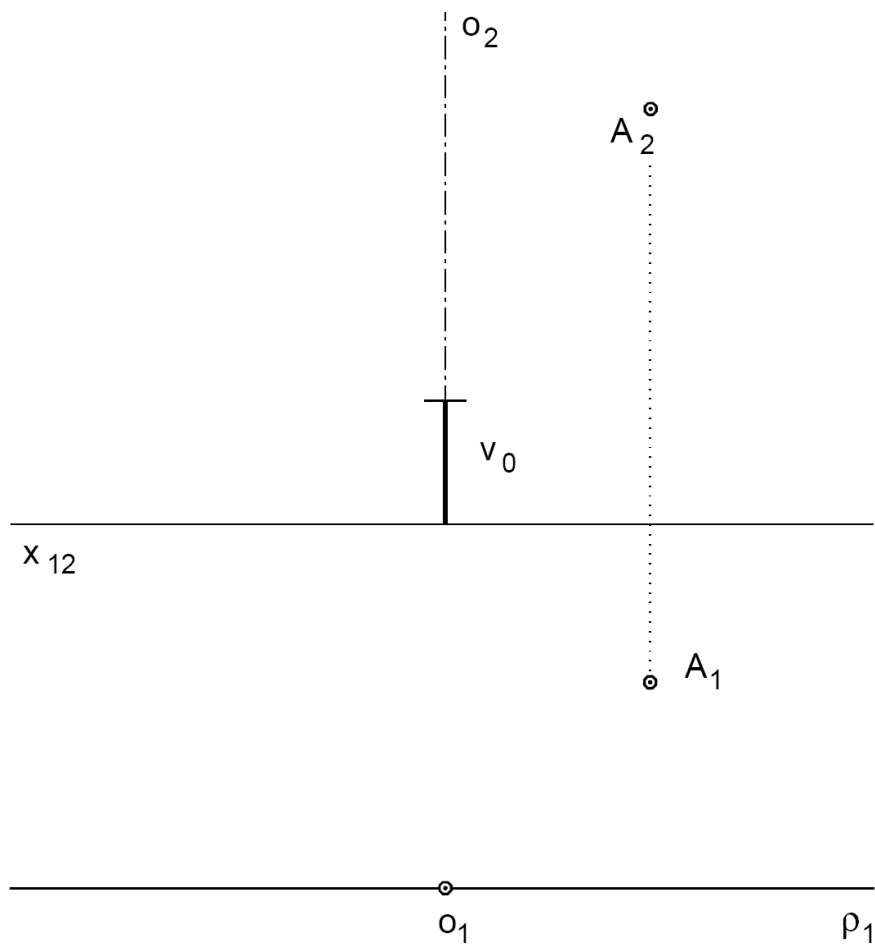
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>s_I \equiv (o_I, r_A = \ o_I A_I\ )</math></li> <li>2) <u>půdorys</u> <math>R_I</math> :  <math>R_I \equiv s_I \cap \rho_I \Rightarrow</math>  otočení <math>ot_{AR} = \text{oblouk } A_I R_I</math></li> <li>3) posunutí <math>p_{AR}</math> :   </li> <li>4) <u>nárys</u> <math>R_2</math> :  <math>R_I \rightarrow R_2,  zR - zA  = p_{AR}</math>  <u>orientace:</u>  otočení proti šipce <math>\Rightarrow</math>  posunutí také proti šipce</li> </ol>
--	---

Poznámky:

Úloha má nekonečně mnoho řešení (počet průsečíků odpovídá počtu závitů šroubovice). V dalších úlohách se omezíme na řešení v rámci jednoho závitu.

V případě celé roviny budou další průsečíky k bodům  $R$  výškově posunuty o polovinu výšky závitu šroubovice. Jejich konstrukce je podobná.

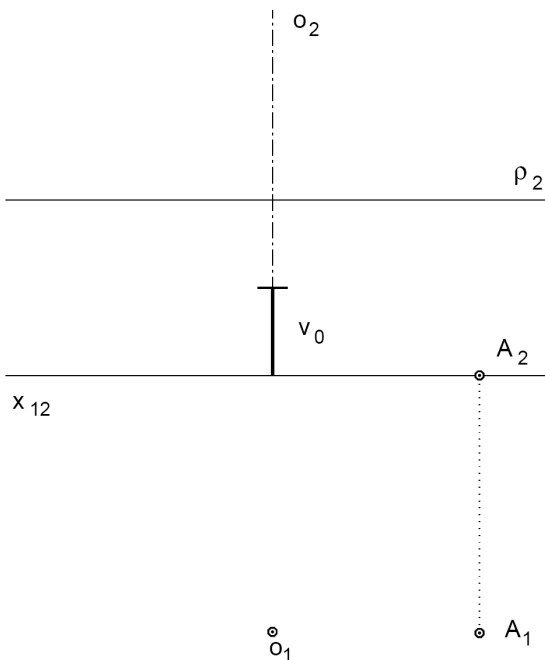
Příklad 1b: Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice  $(A, o, v_0, \text{levotočivý})$  s rovinou  $\rho \perp \pi$ .



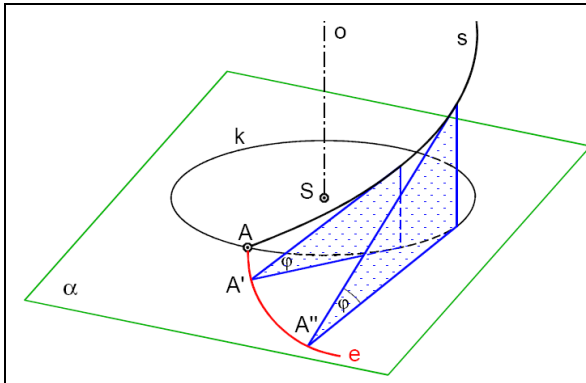
**Příklad 2a:** Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice  $(A, o, v_0, \text{levotočivý})$  s rovinou  $\rho // \pi$ .

	<p>1) <math>s_I \equiv (o_I, r_A = \ o_I A_I\ )</math></p> <p>2) <u>nárys</u> :  <math>p_{AR}</math> = “výškový rozdíl“ <math>A</math> a <math>\rho</math></p> <p>3) otočení <math>ot_{AR}</math> :</p> <p>4) <u>půdorys</u> <math>R_I \in s_I</math> :</p> <p>oblouk <math>A_I R_I = ot_{AR}</math>  <u>orientace</u>:          posunutí po šipce <math>\Rightarrow</math>          otočení také po šipce</p> <p><u>nárys</u> <math>R_2</math>:  <math>R_I \rightarrow R_2 \in \rho_2</math></p>
--	---

**Příklad 2b:** Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice  $(A, o, v_0, \text{pravotočivý})$  s rovinou  $\rho // \pi$ .



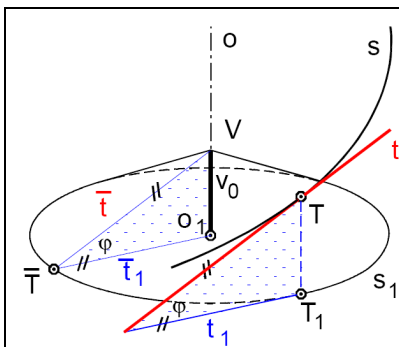
## Tečna šroubovice



$A \in \alpha, \alpha \perp o, S \equiv o \cap \alpha \Rightarrow k \equiv (S, r = \|AS\|)$

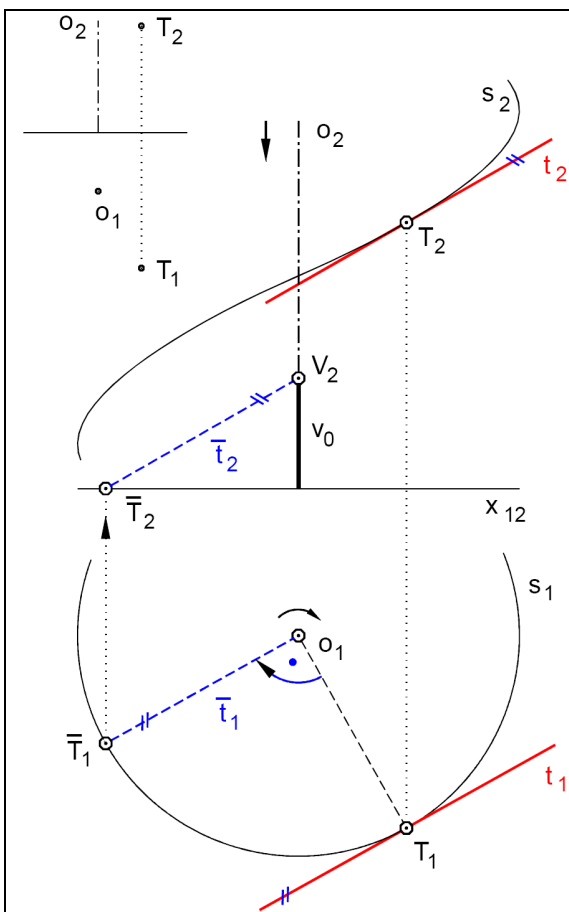
Průsečíky tečen šroubovice s rovinou  $\alpha$  leží na evolventě  $e$  kružnice  $k$ .

Tečny šroubovice svírají s rovinou  $\alpha$  konstantní úhel  $\varphi$  - šroubovice je křivka konstantního spádu.



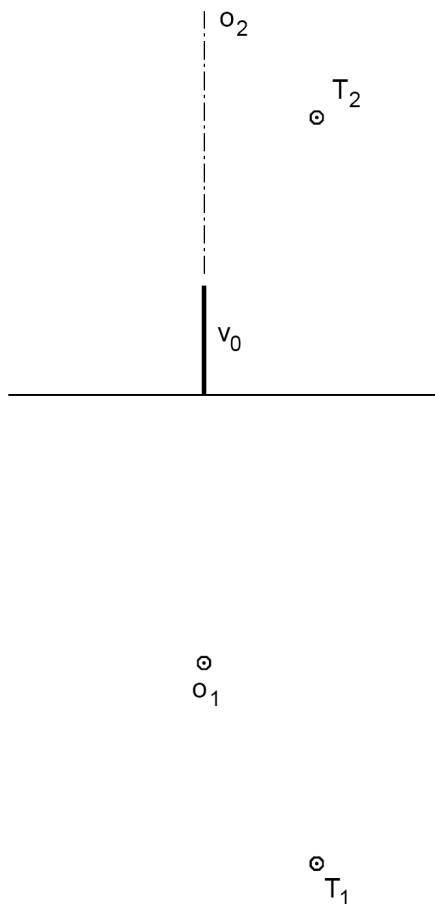
Tečna  $t$  šroubovice  $s$  v bodě  $T$  je rovnoběžná s površkou  $\bar{t}$  řídicího kužele (vrchol  $V$ , výška  $v_0$ , podstava  $s_1$ ).

**Příklad 3a:** Sestrojte tečnu  $t$  šroubovice ( $T, o, v_0$ , pravotočivý) v bodě  $T$ .

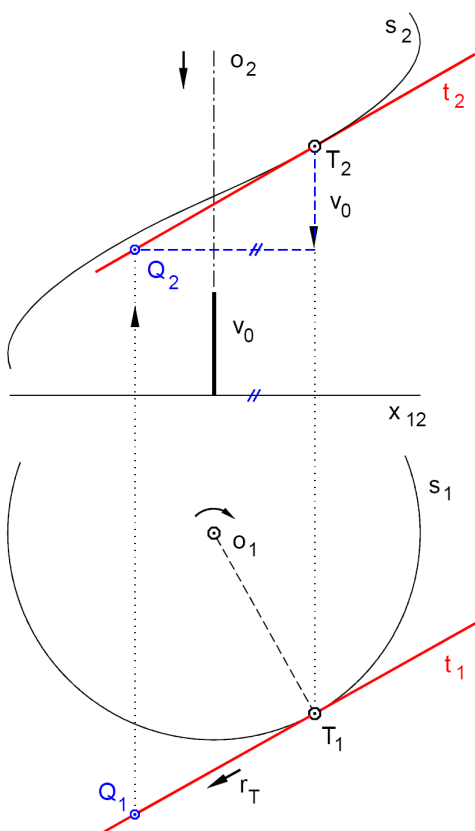


- 1)  $s_1 \equiv (o_1, r_T)$
- 2)  $t_1$  tečna  $s_1$  v bodě  $T_1$
- 3)  $T_1 \rightarrow \bar{T}_1 \in s_1$   
(otočením o  $90^\circ$  po šipce)  
 $\bar{T}_1 \rightarrow \bar{T}_2 \in x_{12}$
- 4)  $t_2 \parallel \bar{T}_2 V_2$

Příklad 3b: Sestrojte tečnu  $t$  šroubovice  $(T, o, v_0, \text{levotočivý})$  v bodě  $T$ .



Příklad 3c: Sestrojte tečnu  $t$  šroubovice  $(T, o, v_0, \text{pravotočivý})$  v bodě  $T$ .



Jiné řešení příkladu 3a

- 1)  $s_1 \equiv (o_1, r_T)$
- 2)  $t_1$  tečna  $s_1$  v bodě  $T_1$
- 3)  $Q_1 \in t_1, \|T_1 Q_1\| = r_T$   
 $Q_1 \rightarrow Q_2, |z_{Q_2} - z_{T_2}| = v_0$
- 4)  $t_2 \equiv Q_2 T_2$

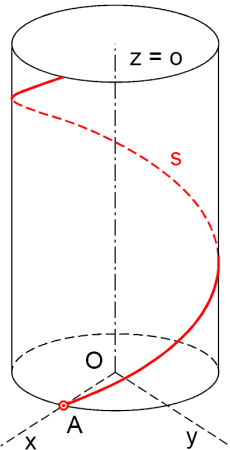
Poznámky:

V tomto případě posuneme povrchku  $\bar{t}$  řídicího kužele do bodu  $T$  ( $\bar{T} \rightarrow Q$ ).

Orientace při konstrukci bodu  $Q$  je dána šipkami.



#### 4) Parametrické rovnice šroubovice



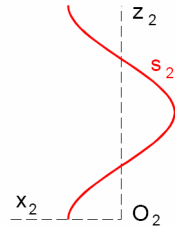
Parametrické rovnice jednoho závitů pravotočivé šroubovice  
( $A \in x, o \equiv z, v_0$ )

$$r = \|OA\|$$
$$X = (r \cos t, r \sin t, v_0 t), t \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

Úkol: Napište rovnici levotočivé šroubovice

#### Průmět šroubovice do roviny (xz)

$$y=0 \Rightarrow x=r \cos t, z=v_0 t \Rightarrow x=r \cos\left(\frac{z}{v_0}\right)$$



#### Tečna šroubovice

tečný vektor  $\vec{s} = (x', y', z') = (-r \sin t, r \cos t, v_0)$

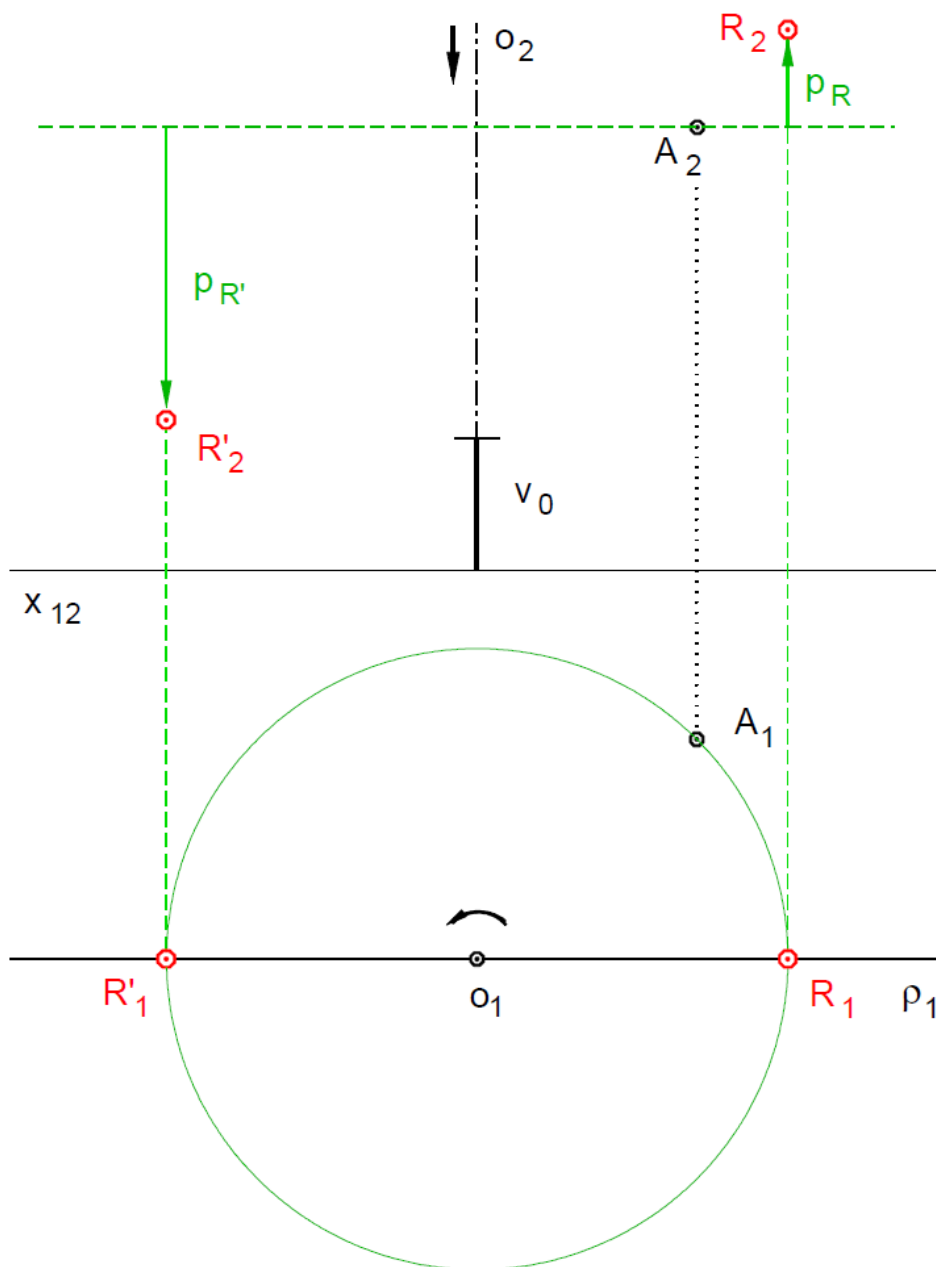
půdorys  $\vec{s}_I = (-r \sin t, r \cos t, 0)$

$$\text{úhel } \varphi : \cos \varphi = \frac{\vec{s} \cdot \vec{s}_I}{\|\vec{s}\| \cdot \|\vec{s}_I\|} = \frac{r^2 \sin^2 t + r^2 \cos^2 t}{\sqrt{r^2 + v_0^2} \sqrt{r^2}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + v_0^2}} = \text{konstanta} \Rightarrow$$

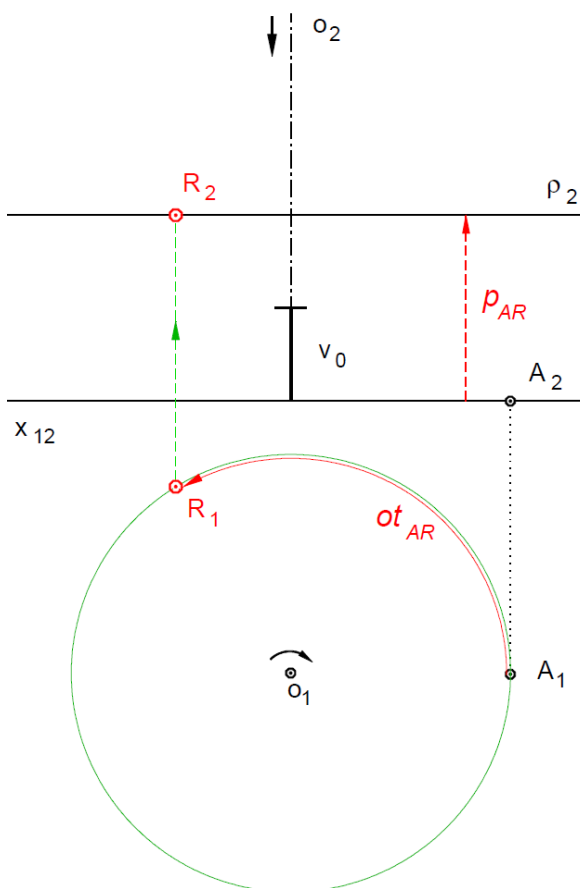
Šroubovice je křivka konstantního spádu.

## Řešení příkladů ze 3.kapitoly

Příklad 1b: Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice  $(A, o, v_0, \text{levotočivý})$  s rovinou  $\rho \perp \pi$ .



Příklad 2b: Sestrojte průsečík  $R$  šroubovice  $(A, o, v_0, \text{pravotočivý})$  s rovinou  $\rho // \pi$ .



Příklad 3b: Sestrojte tečnu  $t$  šroubovice  $(T, o, v_0, \text{levotočivý})$  v bodě  $T$ .

