Úplný seznam pojmů probraných na přednáškách

Tento seznam udává, které definice, věty, odvození a důkazy byly odpřednášeny, a tedy jejich znalost může být vyžadována u zkoušky, viz také požadavky ke zkoušce. U zkoušky je vyžadováno (významově) přesné znění a jeho pochopení. Tedy významově přesné, ale slovně odlišné formulace jsou považovány za správné. Naopak v případě slovně téměř přesného znění, které ale nemá stejný význam jako správná(korektní) definice, bude toto posuzováno jako nesprávné. Obsahem zkoušky tedy je pochopení významu, které může být i testováno.

---

1. **Přednáška 1: Iterační metody pro soustavy rovnic**
   - Vlastní číslo a vlastní vektor (***definice***)
   - Vlastní čísla a vlastní vektory symetrické matice (***věta***)
   - Řádková, sloupcová a Euklidovská norma vektoru (***definice***).
   - Vlastnosti obecné vektorové normy (***definice***).
   - Řádková, sloupcová a Frobeniova norma matice (***definice***).
   - Vlastnosti obecné maticové normy (***definice***).
   - Souvislost normy matice a vektoru $\|\boldsymbol{Ax}\| \leq \|\boldsymbol{A}\|\|\boldsymbol{x}\|$ (***věta***).
   - Spektrální poloměr matice (***definice***).
   - Vztah mezi spektrálním poloměrem a normou (***věta, důkaz***).
   - Ostře diagonálně dominantní matice (***definice***).
   - Pozitivně definitní matice (***definice***).
   - Sylvestrova věta pro určení symetrické pozitivně definitní matice (***věta***).
2. **Přednáška 1: Prostá iterační metoda**
   - Pojem konvergence prosté iterační metody (***definice***).
   - Nutná a postačující podmínka konvergence prosté iterační metody.
     (***věta, důkaz***: *jen pro symetrickou matici* $\boldsymbol{U}$)
   - Postačující podmínka konvergence prosté iterační metody (***věta, důkaz***).
   - Odhad chyby prosté iterační metody (***věta, důkaz***).
3. **Přednáška 2: Jacobiho a Gaussova-Seidelova iterační metoda**
   - Jacobiho iterační metoda pro soustavu 3×3, zápis po složkách (***odvození***)

- Gauss-Seidelova metoda pro soustavu 3×3, zápis po složkách (***odvození***)
- Postačující podmínka konvergence Jacobiovy metody.
  (***věta, důkaz***: *pro ODD v řádcích*)
- Postačující podmínky konvergence Gaussovy-Seidelovy metody (***věta***)
- Zápis Jacobiovy metody v maticovém tvaru, matice $\boldsymbol{U}_J$. (***odvození***)
- Zápis Gauss-Seidelovy metody v maticovém tvaru, matice $\boldsymbol{U}_{GS}$. (***odvození***)
- Výpočet spektrálního poloměru matic $\boldsymbol{U}_J$ a $\boldsymbol{U}_{GS}$ (***věta, důkaz***).
- Nutná a postačující podmínka konvergence Jacobiovy iterační metody.
  (***věta, důkaz***)
- Nutná a postačující podmínka konvergence Gaussovy-Seidelovy iterační metody.
  (***věta, důkaz***)

4. **Přednáška 3: Metoda největšího spádu.**

- Regularita pozitivně definitní matice. (***věta, důkaz***)
- Regularita ostře diagonálně dominantní matice. (***věta, důkaz***)
- Vlastní čísla symetrické pozitivně definitní matice (***věta, důkaz***).
- Souvislost řešení soustavy lineárních rovnic a minima funkce $F(\boldsymbol{x})$.
  (***věta, důkaz***)
- Volba směru v metodě největšího spádu pro $F(x)$ (***věta, důkaz***).
- Volba kroku v metodě největšího spádu pro $F(x)$ (***věta, důkaz***).

5. **Přednáška 3: Metoda nejmenších čtverců.**

- Kvadratická odchylka (***definice***).
- Princip metody nejmenších čtverců: optimální polynom stupně nejvýše n.
  (***definice***)
- Soustava normálních rovnic pro aprox. polynomem stupně nejvýše 1 a 2.
  (***věta, odvození***).
- Soustava normálních rovnic pro aprox. polynomem stupně nejvýše n.
  (***věta, odvození***).

6. **Přednáška 4: Nelineární rovnice a jejich soustavy**

- Newtonova metoda pro jednu rovnici $f(x) = 0$. (***odvození***).
- Newtonova metoda pro dvě rovnice $f(x, y) = 0$, $g(x, y) = 0$. (***odvození***).

- Lokální konvergence Newtonovy metody (***věta, důkaz***: důkaz pro d = 1, jen stručný).

7. **Přednáška 5-6: Numerické řešení Cauchyovy úlohy pro ODR**

- Taylorův polynom s Lagrangeovým tvarem zbytku (***věta***).
- Symbol $\mathcal{O}(h^p)$ (***definice***).
- Eulerova explicitní metoda (***odvození***).
- Eulerova implicitní metoda (***odvození***).
- Collatzova metoda (***odvození***).
- Obecná jednokroková metoda pro řešení ODR, lokální relativní diskretizační chyba (lokální chyba) a akumulovaná diskretizační chyba (globální chyba) (***definice***)
- Závislost akumulované diskretizační chyby(globální chyby) na lokální relativní diskretizační chybě (lokální chyba) (***věta***: podmínka na přírůstkovou funkci Φ - lipschitzovsky spojitá)
- Výpočet přibližného řešení $y' = f(x, y)$ užitím explicitní/implicitní Eulerovy metody/Collatzovy metody pro obecný krok $h > 0$, chyba v zadan0m bodě, výpočet pro krok h a $h/2$ (**příklad**).

8. **Přednáška 7.**

- Jednokrokové metody založené na Taylorově rozvoji (***odvození***)
- Jednokrokové metody Runge-Kutta (**definice**)
- Řád konvergence Collatzovy metody (***odvození***).

9. **Přednáška 8.**

- Okrajové úlohy pro lineární diferenciální rovnici 2. řádu - existence a jednoznačnost řešení (**příklad**).
- Existence a jednoznačnost řešení pro okrajovou úlohu v samoadjungovaném tvaru (**věta**).
- Náhrady 1. a 2. derivace pomocí centrálních diferencí s přesností $\mathcal{O}(h^2)$ (***odvození***).
- Diferenční náhrada rovnice v samoadjungovaném tvaru přesnosti $\mathcal{O}(h^2)$ (***odvození***).
- Vlastnosti soustavy rovnic dané diferenční náhradou rovnice v samoadjungovaném tvaru (***věta, důkaz***).

10. **Přednáška 9.**
    - Definice Laplaceova operátoru $\triangle$ a formulace Dirichletovy okrajové úlohy.(***definice***).
    - Princip aproximace metodou sítí (***definice***).
    - Regulární, neregulární a hraniční uzel sítě (***definice***).
    - Náhrady 2. derivace pomocí diference s přesností $\mathcal{O}(h^2)$ (***odvození***).
    - Náhrada Poissonovy rovnice v regulárním uzlu $P_{i,j}$ (***odvození***).
    - Náhrada v neregulárním uzlu pomocí lineární interpolace (***odvození***).
    - Vlastnosti získané soustavy rovnic (***odvození***).
11. **Přednáška 10.**
    - Formulace smíšené úlohy, podmínky souhlasu (**definice**).
    - Náhrada $\frac{\partial u}{\partial t}$ v uzlu $P_i^{(k)}$ (**věta, odvození**).
    - Náhrada $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ v uzlu $P_i^{(k)}$ (**věta, odvození**).
    - Explicitní schéma pro řešení smíšené úlohy. (**věta, odvození**).
    - Podmínka stability schématu. (**věta**)
    - Implicitní schéma pro řešení smíšené úlohy. (**věta, odvození**).
12. **Přednáška 11.**
    - Formulace smíšené úlohy, podmínky souhlasu (**definice**).
    - Náhrada na první časové vrstvě (**odvození**).
    - Náhrada $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ v uzlu $P_i^{(k)}$ (**věta, odvození**).
    - Náhrada $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ v uzlu $P_i^{(k)}$ (**věta, odvození**).
    - Explicitní schéma pro řešení smíšené úlohy. (**věta, odvození**).
    - Podmínka stability schématu. (**věta**)
    - Implicitní schéma pro řešení smíšené úlohy. (**věta, odvození**).