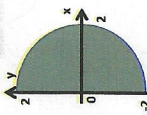




A

6. Vypočítejte  $x$ -ovou souřadnici těžiště následujícího tělesa s  $\rho = 1$ .  
Pro výpočet hmotnosti  $m$  použijte vzoreček pro obsah kruhu.



$x_T = \dots \frac{8}{3\pi}$

$(m = 2\pi)$

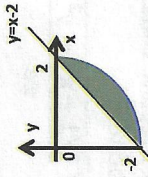
7. Napište jaké těleso je popsáno následující nerovnicemi. Napište souřadnice středu a jakou část tělesa se případně jedná.

$(z-2)^2 \leq x^2 + y^2 \wedge 0 \leq z \leq 2$   
Koule  
 $S = [0, 0, +2]$

8. Vypočítejte integrál.

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} r^2 \cos \theta \, d\varphi \, d\theta \, dr = \dots 2\pi$$

9. Popište následující těleso pomocí nerovnic (intervalů). Bonus = každý další způsob = +0,5b.



$0 \leq x \leq 2 \wedge -\sqrt{4-x^2} \leq y \leq \sqrt{4-x^2}$   
 $-2 \leq y \leq 0 \wedge \sqrt{4-y^2} \leq x \leq \sqrt{4-y^2}$   
 $\dots \frac{2}{\cos \varphi - \sin \varphi} \leq r \leq 2 \wedge \frac{3}{2}\pi \leq \varphi \leq 2\pi$

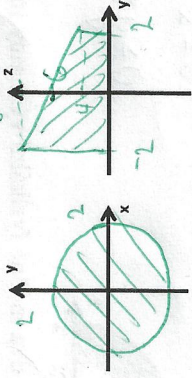
10. Napište alespoň dva možné fyzikální významy integrálu (pro jednotlivé případy uveďte  $\rho$ ).

$$\iint_T xy \, dx \, dy$$
  
1)  $\rho = xy \mapsto \dots$  hmotnost  
2)  $\rho = x \mapsto \dots$  M<sub>x</sub>  
 $y \mapsto \dots$  M<sub>y</sub>

- Bonus. Napište Fubiniho větu pro dvojný integrál. (aneb jak ho spočítat, zkratka EOI povolena)

B

6. Nakreslete těleso zadané nerovnicemi  $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq z \leq (6-y)$  v řezech - v pohledu zeshora a z boku.



7. Vypočítejte integrál. (Výsledek v tvaru rozdílu zlomků ok).

$$\int_0^2 \int_0^{2\sqrt{1+y}} x^3 y \, dx \, dy = \frac{1}{4} \left( \frac{16}{4} + \frac{16}{3} + \frac{4}{2} \right) = \frac{17}{6}$$

8. Převeďte/Přepište zadaný integrál do válcových souřadnic. Dále nepočítejte!

$$\iiint_D \frac{\sqrt{(x^2+y^2)^3 - 10}}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}} \, dx \, dy \, dz = \iiint_{D^*} \frac{\sqrt{r^6 - 10}}{\sqrt{r^2 + z^2}} \, r \, dr \, d\varphi \, dz$$

9. Převeďte/Přepište zadaný integrál do polárních souřadnic. Včetně přeměny integračních mezí! Dále pak nepočítejte!

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{5xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dy \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 5r^2 \sin \varphi \cos \varphi \, r \, dr \, d\varphi$$

10. Napište Jakobián pro transformaci  $(x, y) \mapsto (r, \varphi)$  danou:

$x = x_0 + ar \cos \varphi$   
 $y = y_0 + 6r \sin \varphi$   
 $|J| = \dots = 6ar$

- Bonus. Napište větu zaručující existenci dvojného integrálu. (Podmínky na množinu a funkci...)