

A

Jméno a Příjmení:

1. Napište Jakobián pro transformaci $(x, y, z) \mapsto (r, \theta, \varphi)$ danou:

$$x = r \cos \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$z = r \sin \theta. \quad |J| = \dots\dots\dots$$

2. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do válcových souřadnic.

Dále nepočítejte!

$$\iiint_T \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{xz} dx dy dz = \iiint_{T^*} \dots\dots\dots$$

3. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do sférických souřadnic.

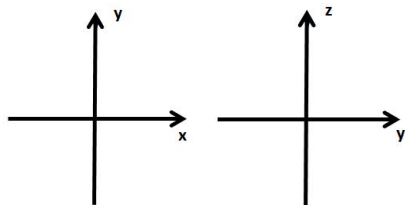
Dále nepočítejte!

$$\iiint_D \frac{\sqrt{(x^2+y^2)^3-10}}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}} dx dy dz = \iiint_{D^*} \dots\dots\dots$$

4. Vypočítejte integrál. (Výsledek v tvaru rozdílu zlomků ok).

$$\int_0^2 \int_0^{1-x} x^2 y dy dx = \dots\dots\dots$$

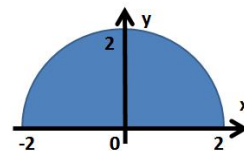
5. Nakreslete těleso zadané nerovnicemi $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq z \leq (y + 3)$ v řezech - v pohledu zeshora a z boku.



B

Jméno a Příjmení:

1. Vypočítejte y -ovou souřadnici těžiště půlkruhu s konstantní hustotou. Pro výpočet hmotnosti m použijte vzoreček pro obsah kruhu.



$$y_T = \dots\dots\dots$$

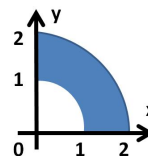
2. Napište jaké těleso je popsáno následujícími nerovnicemi. Napište souřadnice středu a jakou část tělesa se případně jedná.

$$0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2} \quad \dots\dots\dots$$

3. Vypočítejte integrál.

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} r \cos \varphi d\theta d\varphi dr = \dots\dots\dots$$

4. Popište následující těleso pomocí nerovnic (intervalů). Bonus = každý další způsob = +0,5b.



$$\dots\dots\dots$$

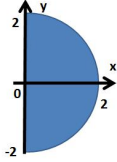
5. Napište alespoň dva možné fyzikální významy integrálu (pro jednotlivé případy uveďte ρ).

$$\iint_T x^2 y dx dy \quad 1) \rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$$

$$2) \rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$$

A

6. Vypočítejte x -ovou souřadnici těžiště následujícího tělesa s $\rho = 1$.
Pro výpočet hmotnosti m použijte vzoreček pro obsah kruhu.



$x_T = \dots\dots\dots$

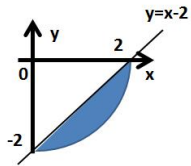
7. Napište jaké těleso je popsáno následujícími nerovnicemi. Napište souřadnice středu a jakou část tělesa se případně jedná.

$(z - 2)^2 \leq x^2 + y^2 \wedge 0 \leq z \leq 2 \dots\dots\dots$

8. Vypočítejte integrál.

$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} r r^2 \cos \theta d\varphi d\theta dr = \dots\dots\dots$

9. Popište následující těleso pomocí nerovnic (intervalů). Bonus = každý další způsob = +0,5b.



$\dots\dots\dots$

10. Napište alespoň dva možné fyzikální významy integrálu (pro jednotlivé případy uveďte ρ).

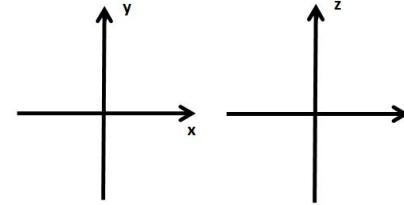
$\iint_T xy \, dx \, dy$ 1) $\rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$
2) $\rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$

Bonus. Napište Fubiniho větu pro dvojný integrál. (aneb jak ho spočítat, zkratka EOI povolena)

$\dots\dots\dots$

B

6. Nakreslete těleso zadané nerovnicemi $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq z \leq (6 - y)$ v řezech - v pohledu zeshora a z boku.



7. Vypočítejte integrál. (Výsledek v tvaru rozdílu zlomků ok).

$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1+y}} x^3 y \, dx \, dy = \dots\dots\dots$

8. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do válcových souřadnic. Dále nepočítejte!

$\iiint_D \frac{\sqrt{(x^2 + y^2)^3 - 10}}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} \, dx \, dy \, dz = \iiint_{D^*} \dots\dots\dots$

9. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do polárních souřadnic. Včetně přeměny integračních mezí! Dále pak nepočítejte!

$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{5xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dy \, dx = \int \int \dots\dots\dots$

10. Napište Jakobián pro transformaci $(x, y) \mapsto (r, \varphi)$ danou:

$x = x_0 + ar \cos \varphi$
 $y = y_0 + 6r \sin \varphi \qquad |J| = \dots\dots\dots$

Bonus. Napište větu zaručující existenci dvojného integrálu. (Podmínky na množinu a funkci...)

$\dots\dots\dots$