Matematika 2, zápočtová písemka - dif

A

jméno (a příjmení): ....

1. Napište směrový vektor normály (normálový vektor) k funkci $z(x,y) = \sin(x-y)$ v bodě $[0,\pi]$:

   $\mathbf{n} =$ $(-1,1,-1)$

2. Je dána funkce $F(x,y) = y^{x^2}$, spočtěte její $\frac{\partial F}{\partial x}$:

   $\frac{\partial F}{\partial x} =$ $y^{x^2} \ln(y) \cdot 2x$

3. Napište intervaly na kterých je funkce $F(x,y) = \ln(xy)$ spojitá:

   $(0,\infty) \times (0,\infty)$

   nebo $(-\infty,0) \times (-\infty,0)$

4. Napište rovnici izokřivky k funkci $F(x,y) = e^x \ln(y)$, tak aby izokřivka procházela bodem $[1,e]$

   $e^x \ln y = e$

5. rovnicí: $\arctan(2x+y) = 0$ je implicitně definovaná fce $y = f(x)$ na okolí bodu $A = [0,0]$ (netřeba ověřovat).
   Napište rovnici tečny k $f(x)$ v bodě A:

   $y = -2x$

Matematika 2, zápočtová písemka - dif.

B

jméno (a příjmení): ....

1. Najděte tečnu k izokřivce: $\cos(x) + \cos(y) = 0$, procházející bodem $[\pi/2, \pi/2]$

   $y = \pi - x$

2. Nalezněte stacionární body funkce $F(x,y) = e^{4x-x^2-y^2}$

   $[2,0]$

3. Ověřte, zda funkce $F(x,y) = y^2 - x^2$ má ve stacionárním bodě $[0,0]$ extrém.
   Pokud ano, určete o jaký extrém se jedná

   $(\Delta_2 < 0)$ není extrém

4. Spočtěte derivaci funkce $F(x,y) = 2x^4 + xy + y^3$ ve směru $\mathbf{s} = (4,-3)$, vyčíslete ji v bodě $A = [1,2]$

   $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}}(A) =$ $\frac{1}{5}$

5. Složenou funkci $F(x,y) = xy$, kde
   $$\begin{aligned} x(u,v) &= \sin(u) \\ y(u,v) &= \cos(v) \end{aligned},$$
   zderivujte parciálně podle v:

   $\frac{\partial F}{\partial v} =$ $-\sin(u)\sin v$

(A)

6. Složenou funkci $F(x,y) = xy$, kde

$$\begin{aligned} x(u,v) &= \sin(u) \\ y(u,v) &= \cos(v) \end{aligned},$$

zderivujte parciálně podle u:

$\frac{\partial F}{\partial u} =$ $\cos(v)\cos(u)$

7. Spočtěte derivaci funkce $F(x,y) = 2x^4 + xy + y^3$ ve směru $\mathbf{s} = (3,-4)$, vyčíslete ji v bodě $A = [1,2]$

$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}}(A) =$ $-\frac{22}{5}$

8. Ověřte, zda funkce $F(x,y) = x^2 - y^2$ má ve stacionárním bodě $[0,0]$ extrém. Pokud ano, určete o jaký extrém se jedná

$(\Delta_2 < 0)$ není extrém

9. Nalezněte stacionární body funkce $F(x,y) = e^{x^2+2y-y^2}$

$[0,1]$

10. Najděte tečnu k izokřivce: $\sin(x) + \sin(y) = 0$, procházející bodem $[\pi,\pi]$

$y = 2\pi - x$

(B)

6. rovnicí: $\arctan(x-y) = 0$ je implicitně definovaná fce $y = f(x)$ na okolí bodu $A = [0,0]$ (netřeba ověřovat). Napište rovnici tečny k $f(x)$ v bodě A:

$y = x$

7. Napište rovnici izokřivky k funkci $F(x,y) = e^x \ln(y)$, tak aby izokřivka procházela bodem $[e,1]$

$e^x \ln y = 0$

8. Napište intervaly na kterých je funkce $F(x,y) = \sqrt{xy}$ spojitá:

$\langle 0,\infty) \times \langle 0,\infty)$

nebo $(-\infty,0\rangle \times (-\infty,0\rangle$

9. Je dána funkce $F(x,y) = x^{y^2}$, spočtěte její $\frac{\partial F}{\partial x}$:

$\frac{\partial F}{\partial x} =$ $y^2 x^{y^2-1}$

10. Napište směrový vektor normály (normálový vektor) k funkci $z(x,y) = \sin(x-y)$ v bodě $[0,\pi]$:

$\mathbf{n} =$ $(-1,1,-1)$