

M3 cv12

Nelineární autonomní soustavy

1. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 - y^2 & x(0) &= 1 \\ \dot{y} &= -2x(y + 1), & y(0) &= 0 \end{aligned}$$

- (a) Najděte oblasti, v nichž jsou splněny podmínky existence a jednoznačnosti řešení.
- (b) Určete všechny body rovnováhy (singulární body) dané soustavy.
- (c) Určete rovnici fázové trajektorie procházející bodem $M = [1; 0]$.

2. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (3x^2 - y^2)y^{-4} & x(0) &= 1 \\ \dot{y} &= 2xy^{-3}, & y(0) &= 1 \end{aligned}$$

- (a) Najděte oblasti, v nichž jsou splněny podmínky existence a jednoznačnosti řešení.
- (b) Určete všechny body rovnováhy (singulární body) dané soustavy.
- (c) Určete rovnici fázové trajektorie procházející bodem $M = [1; 1]$.

3. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= xe^y + \ln y & x(0) &= 1 \\ \dot{y} &= -2x - e^y, & y(0) &= 1 \end{aligned}$$

- (a) Najděte oblasti, v nichž jsou splněny podmínky existence a jednoznačnosti řešení.
- (b) Napište rovnici pro určení bodů rovnováhy (singulárních bodů) systému.
- (c) Určete rovnici fázové trajektorie procházející bodem $M = [1; 1]$.

Dynamické systémy

4. Dynamický systém

$$\ddot{x} + \sin x = 0 \qquad x(0) = \frac{\pi}{2}, \quad \dot{x}(0) = 0$$

- (a) Přepište do autonomní soustavy dvou ODR 1. řádu a najděte oblasti, v nichž jsou splněny podmínky existence a jednoznačnosti řešení.
- (b) Určete všechny body rovnováhy (singulární body) dané soustavy.
- (c) Určete rovnici fázové trajektorie procházející bodem $M = [\frac{\pi}{2}; 0]$.

5. Dynamický systém

$$\ddot{x} - 9x + x^3 = 0 \qquad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

- (a) Přepište do autonomní soustavy dvou ODR 1. řádu a najděte oblasti, v nichž jsou splněny podmínky existence a jednoznačnosti řešení.
- (b) Určete všechny body rovnováhy (singulární body) dané soustavy.
- (c) Určete rovnici fázové trajektorie procházející bodem $M = [1; 0]$.