

## M3 cv11

### Autonomní soustavy lineárních ODR 1. řádu

1. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- Najděte obecné řešení soustavy.
- Vyřešte Cauchyovu úlohu pro poč. podm.  $X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
- Pokud existuje bod rovnováhy určete jeho polohu a typ.
- Najděte tečnu k trajektorii (ve fázové rovině) v bodě  $[1; 0]$ .

2. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- Najděte obecné řešení soustavy.
- Vyřešte Cauchyovu úlohu pro poč. podm.  $X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ .
- Pokud existuje bod rovnováhy určete jeho polohu a typ.
- Najděte tečnu k trajektorii (ve fázové rovině) v bodě  $[0; 2]$ .

3. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- Najděte obecné řešení soustavy.
- Vyřešte Cauchyovu úlohu pro poč. podm.  $X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ .
- Pokud existuje bod rovnováhy určete jeho polohu a typ.
- Najděte tečnu k trajektorii (ve fázové rovině) v bodě  $[1; 3]$ .

4. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- Najděte obecné řešení soustavy.
- Vyřešte Cauchyovu úlohu pro poč. podm.  $X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .
- Pokud existuje bod rovnováhy určete jeho polohu a typ.
- Najděte tečnu k trajektorii (ve fázové rovině) v bodě  $[2; 1]$ .

5. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- (a) Najděte řešení homogenní soustavy.
- (b) Pokud existuje bod rovnováhy určete jeho polohu a typ.
- (c) Napište obecné řešení soustavy.

### Speciální případy

6. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- (a) Najděte všechny body rovnováhy soustavy.
- (b) Napište obecné řešení soustavy.
- (c) Vyřešte Cauchyovu úlohu pro poč. podm.  $X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

7. Dána autonomní soustava rovnic:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} X; \quad \text{kde } X = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- (a) Najděte fundamentální systém soustavy.