

A

Jméno a Příjmení:

1. Napište Jakobián pro transformaci $(x, y, z) \mapsto (r, \theta, \varphi)$ danou:

$$x = r \cos \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$z = r \sin \theta. \quad |J| = \dots\dots\dots$$

2. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do válcových souřadnic.
Dále nepočítejte!

$$\iiint_T \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{xz} dx dy dz = \iiint_{T^*} \dots\dots\dots$$

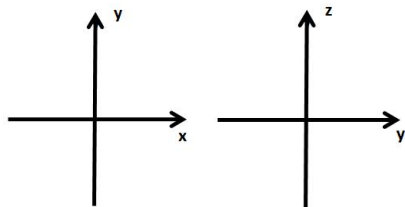
3. Převeďte/ Přepište zadaný integrál do sférických souřadnic.
Dále nepočítejte!

$$\iiint_D \frac{\sqrt{(x^2+y^2)}}{(x^2+y^2+z^2)} dx dy dz = \iiint_{D^*} \dots\dots\dots$$

4. Vypočítejte integrál. (Výsledek ve tvaru rozdílu zlomků ok).

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1-x}} xy dy dx = \dots\dots\dots$$

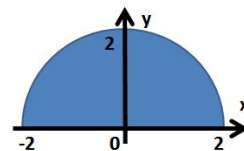
5. Nakreslete těleso zadané nerovnicemi $x^2 + y^2 \leq 1 \wedge 0 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2$ v řezech - v pohledu zeshora a z boku.



B

Jméno a Příjmení:

1. Vypočítejte y -ovou souřadnici těžiště půlkruhu s $\rho = 2$.
Pro výpočet hmotnosti m použijte vzoreček pro obsah kruhu.



$$y_T = \dots\dots\dots$$

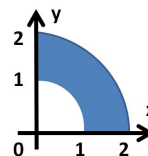
2. Napište jaké těleso je popsáno následujícími nerovnicemi. Napište souřadnice středu a o jakou část tělesa se případně jedná.

$$0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2} \quad \dots\dots\dots$$

3. Vypočítejte integrál.

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 r \cos \varphi dz d\varphi dr = \dots\dots\dots$$

4. Popište následující těleso pomocí nerovnic (intervalů).
Bonus = každý další způsob = +0,5b.



$$\dots\dots\dots$$

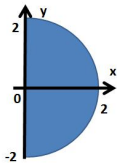
5. Napište alespoň dva možné fyzikální významy integrálu (pro jednotlivé případy uveďte ρ).

$$\iint_T x^2 y dx dy \quad 1) \rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$$

$$2) \rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$$

A

6. Vypočítejte x -ovou souřadnici těžiště následujícího tělesa s $\rho = 1$. Pro výpočet hmotnosti m použijte vzoreček pro obsah kruhu.



$x_T = \dots\dots\dots$

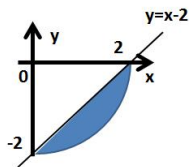
7. Napište jaké těleso je popsáno následujícími nerovnicemi. Napište souřadnice vrcholu a o jakou část tělesa se případně jedná.

$(z - 2)^2 \leq x^2 + y^2 \wedge 0 \leq z \leq 2 \dots\dots\dots$

8. Vypočítejte integrál.

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} r^2 \cos \theta d\varphi d\theta dr = \dots\dots\dots$$

9. Popište následující těleso pomocí nerovnic (intervalů). Bonus = každý další způsob = +0,5b.



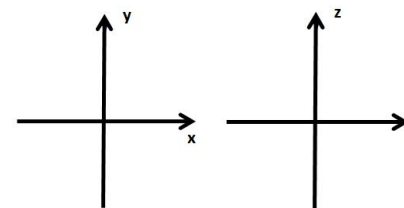
$\dots\dots\dots$

10. Napište alespoň dva možné fyzikální významy integrálu (pro jednotlivé případy uveďte ρ).

$\iint_T xy dx dy$ 1) $\rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$
2) $\rho = \dots \mapsto \dots\dots\dots$

B

6. Nakreslete těleso zadané nerovnicemi $x^2 + y^2 \leq 1 \wedge 0 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2$ v řezech - v pohledu zeshora a z boku.



7. Vypočítejte integrál. (Výsledek v tvaru součtu zlomků ok).

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1+y}} xy dx dy = \dots\dots\dots$$

8. Převedte/ Přepište zadaný integrál do válcových souřadnic. Dále nepočítejte!

$$\iiint_D \frac{\sqrt{(x^2 + y^2)^3 - 10}}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} dx dy dz = \iiint_{D^*} \dots\dots\dots$$

9. Převedte/ Přepište zadaný integrál do polárních souřadnic. Dále pak nepočítejte!

$$\iint_D \frac{5xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx = \iint_{D^*} \dots\dots\dots$$

10. Napište Jakobián pro transformaci $(x, y) \mapsto (r, \varphi)$ danou:

$x = 1 + r \cos \varphi$

$y = -1 + r \sin \varphi$

$|J| = \dots\dots\dots$