Matematika 1, zápočtová písemka - LA

A

jméno (a příjmení): ....

1. Jaká je dimenze prostoru, který generují vektory $u = (1,1,2), v = (1,2,1)$ a $w = (0,1,-1)$?

   dim = 2 ....

2. Ověřte jestli existuje inverzní matice k A; pokud ano, najděte ji:

   $$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

   A^{-1} neex. ....

3. Vypočítejte matici $A \cdot B$

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ ....

4. Pro jaké parametry $p = ?$ jsou zadané vektory Lineárně ZÁVISLÉ?

   $u = (-1, p, 1), v = (0, 1, p)$ a $w = (2, 0, 1)$

   $p = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ ....

5. Pro jaké parametry $a = ?$ nemá soustava řešení v $\mathbb{R}$?

   $$\begin{aligned} x - 3ay &= 1 \\ ax + 2y &= 2 \end{aligned}$$

   $a \in \emptyset$
   ($\forall a$ má 1 řeš.) ....

6. Pokud má soustava právě 1 řešení, najděte y:

   $$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ x + 2y - z &= 3 \\ 2x + y + z &= 12 \end{aligned}$$

   $y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{36}{12} = 3$ ....

Matematika 1, zápočtová písemka - LA

B

jméno (a příjmení): ....

1. Pro jaké parametry $p = ?$ jsou zadané vektory Lineárně NEZÁVISLÉ? $u = (1, 0, -2), v = (2, 2p, 1)$ a $w = (0, 2, p)$

   $p \neq \pm\sqrt{5}$ $(p \in \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{5}\})$ ....

2. Pokud má soustava právě 1 řešení, najděte y:

   $$\begin{aligned} 2x + 3y - 3z &= -1 \\ 4x - 4y - z &= 3 \\ 8x - 9z &= 0 \end{aligned}$$

   $y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{60} = -\frac{1}{6}$ ....

3. Kolik řešení má soustava:

   $$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 5 \\ 3x + 1y + 2z &= 1 \\ 2x - y - z &= 0 \end{aligned}$$

   0 (žádné) ....

4. Najděte všechna řešení soustavy:

   $$\begin{aligned} \tfrac{3}{2}x - 2y &= -8 \\ 4y - 3x &= 16 \end{aligned}$$

   $x = p\begin{pmatrix} 4/3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 16/3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ....

5. Vypočítejte matici $A \cdot B$

   $$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

   $\begin{pmatrix} 21 & 5 \\ 10 & 19 \end{pmatrix}$ ....

A

7. Kolik řešení má soustava:

$$\begin{aligned} x+y+z &= 4\\ x+2y+z &= 3\\ x+4y+z &= 4 \end{aligned}$$

0 (žádné) ....

8. Najděte všechna řešení soustavy:

$$\begin{aligned} 9x-6y &= 1\\ 4y-6x &= -\tfrac{2}{3} \end{aligned}$$

$x = p\begin{pmatrix} 2/3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1/9 \\ 0 \end{bmatrix}$ ....

9. Spočtěte determinant:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1\\ 0 & -1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 2 & 0\\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 2(-1+1+1) = \underline{\underline{2}}$ ....

10. Určete vlastní čísla matice:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0\\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3$ ....

B

6. Ověřte jestli existuje inverzní matice k A; pokud ano, najděte ji:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 3\\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

A^{-1} neex. ....

7. Spočtěte determinant:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 3\\ 0 & 0 & 0 & 3\\ 5 & 2 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 3\cdot(4+10) = \underline{\underline{42}}$ ....

8. Pro jaké parametry $b =?$ nemá soustava řešení v $\mathbb{R}$?

$$\begin{aligned} bx+2y &= 2\\ x-3by &= 1 \end{aligned}$$

$b \in \emptyset$

($\forall b$ má 1 řeš.) ....

9. Jaká je dimenze prostoru, který generují vektory $u = (1,2,1), v = (1,1,0)$ a $w = (1,1,2)$?

$\dim = 3$ ....

10. Určete vlastní čísla matice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0\\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 5$ ....