

Matematika 2
(Opakování a)
Funkce více proměnných

Lukáš Hájek

ČVUT v Praze, FS – ÚTM

8. března 2021

Opakování – matematika 1

- Lineární algebra
(pro tento semestr hlavně vektory a vek. prostory)
- Derivace a integrály (bez toho se neheme)
 - na M1 jedna proměnná

Opakování – matematika 1

- Kuželosečky
(kružnice a elipsy, paraboly, hyperboly)
- Kvadratické plochy (kvadriky)
 - kulová plocha, (rotační) elipsoid,
 - (rotační) hyperboloid – jednodílný a dvoudílný,
 - (eliptická) kuželová plocha,
 - (rotační) paraboloid
 - (eliptická) válcová plocha
- Dobré materiály na
 - <http://mat.fs.cvut.cz/kg/download/kvadriky.pdf>
 - <http://www.linkeova.cz/vyuka/kg/lectures/quadratics/quadratics.pdf>
 - <http://mat.fsv.cvut.cz/borik/Kvadriky.pdf>

Funkce více proměnných

Definiční obor a spojitost

- Definiční obor a spojitost
(fce je spoj. na svém def. oboru. . .)
- Grafy

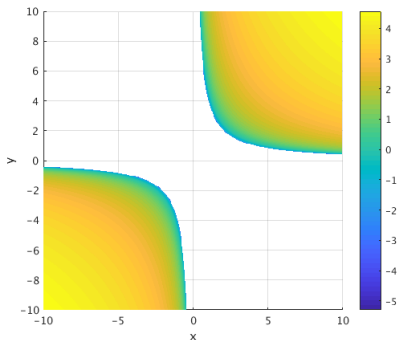
Příklad:

$$z = \ln(xy - 4)$$

$$z = \ln(xy - 4)$$

Podmínka pro def. obor (z nutnosti kladnosti argumentu logaritmu): $xy - 4 > 0$

Dále upravujeme: $xy > 4 \Rightarrow y > \frac{4}{x}$ Hranicí definičního oboru je tedy hyperbola $y = \frac{4}{x}$, def. obor je *vně* (směrem od počátku) této oblasti, tj. $D = \{[x, y] \in \mathbb{E}_2 : xy > 4\}$.



Funkce více proměnných

Izokřivky a izoplochy

- Izokřivka: $f(x, y) = c$ (kde c je konst.)
- Izoplocha: $f(x, y, z) = c$ (obdobně)

Příklad A:

$$f(x, y) = \frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y + 1)^2}{9}$$

Jak vypadá graf této funkce a izokřivka $f(x, y) = 1$?

Příklad B:

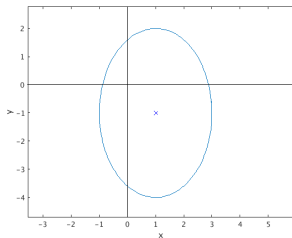
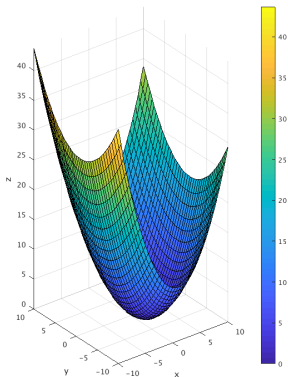
$$f(x, y, z) = -4x^2 + 24x - 9y^2 - 18y + 36z^2 - 144z + 63$$

Popište izoplochu $f(x, y, z) = 0$.

Příklad A

$$f(x, y) = \frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y + 1)^2}{9}$$

(graf fce je eliptický paraboloid, izokřivka bude elipsa)



Příklad B (1/2)

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= -4x^2 + 24x - 9y^2 - 18y + 36z^2 - 144z + 63 = 0 \\-4(x^2 - 6x) - 9(y^2 + 2y) + 36(z^2 - 4z) + 63 &= 0 \\-4(x^2 - 6x + 9 - 9) - 9(y^2 + 2y + 1 - 1) + 36(z^2 - 4z + 4 - 4) &= -63 \\-4(x^2 - 6x + 9) + 36 - 9(y^2 + 2y + 1) + 9 + 36(z^2 - 4z + 4) - 144 &= -63 \\-2^2(x - 3)^2 - 3^2(y + 1)^2 + 6^2(z - 2)^2 &= 36 \\-\frac{(x - 3)^2}{3^2 6^2} - \frac{(y + 1)^2}{2^2 6^2} + \frac{(z - 2)^2}{2^2 3^2} &= \frac{36}{2^2 3^2 6^2} \\-\frac{(x - 3)^2}{3^2 6^2} - \frac{(y + 1)^2}{2^2 6^2} + \frac{(z - 2)^2}{6^2} &= \frac{6^2}{6^2 6^2} \\-\frac{(x - 3)^2}{3^2} - \frac{(y + 1)^2}{2^2} + (z - 2)^2 &= 1\end{aligned}$$

Příklad B (1/2)

$$-\frac{(x-3)^2}{3^2} - \frac{(y+1)^2}{2^2} + (z-2)^2 = 1$$

Izoplochou je dvoudílný hyperboloid (není rotační, jelikož $3 \neq 2$).

