Matematika 1
Soustavy s parametry

Lukáš Hájek

ČVUT v Praze, FS – ÚTM

30. října 2020

Zadání pro následující příklady

- Rozhodněte o LZ vektorů
- ...a hodnosti matic (soustav)
- ...v závislosti na hodnotách zadaných realných parametrů.
- Změnilo by se něco v případě parametrů komplexních?
- Lze použít determinant i ekvivalentní úpravy? Co je vhodnější?
- Pozor na dělení parametrem (není nulový?)!

Z příkladu 37

- $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 4 & \alpha \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 10+\alpha \end{pmatrix}$
- $\det A = 2\alpha + 20 \stackrel{?}{=} 0$
- Pro $\alpha = -10$ je $\mathrm{h}(A) = 1$, tj. matice je sing. a soubor vektorů LZ
- Pro $\alpha \neq -10$ je $\mathrm{h}(A) = 2$, tj. matice je reg. a soubor vektorů LN

Z příkladu 42

- Záměna pořadí vektorů je možná, ale záměna pořadí sloupců obecně ekvivalentní úprava není:
  $$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ a & a & 1 \end{pmatrix} \not\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & a & a \end{pmatrix} = A \sim$$
  $$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & a & 2+a \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & a^2-a-2 \end{pmatrix}$$
- Poslední krok zde nebyl nutný
- $\det A = a^2 - a - 2 \stackrel{?}{=} 0$
- $a = 2 \vee a = -1 \Rightarrow \mathrm{h}(A) = 2$, tj. matice je sing. a soubor vektorů LZ (determinant zde pouze říká, že $\mathrm{h}(A) < 3$)
- Pro jiné hodnoty a je $\mathrm{h}(A) = 3$, tj. matice je reg. a soubor vektorů LN

Příklad

- $B = \begin{pmatrix} 1-\lambda & -2 & -3 \\ 0 & 2-\lambda & -4 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{pmatrix}$
- $\det B = (1-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda) - (0+0+0) \stackrel{?}{=} 0$
- Roznásobování na polynom 3. stupně je cesta do pekel!
- Podmínky vidíme ihned z $(1-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda) = 0$: matice je singulární pro $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$
- Matice je také zadána rovnou v horním trojúhelníkovém tvaru
- ...