Informace k předmětu
Matematika pro mechaniku, šk. rok 2012-2013

****

poslední změna:
11.2. zkouska v letnim semestru

****

OBSAH:

-zkouškové termíny
-seznam požadavků ke zkoušce

ZKOUŠKOVÉ TERMÍNY
(!!! sledujte prosím případné změny v termínech !!!)

čtvrtek 3.1., středa 16.1., 6.2. 9 hod.
Ústav technické matematiky, sekretariát, budova B Karlovo nám.

Zkoušení behem letního semestru:
na zkoušku je možné přijít v úterý od 13.30 po předchozí domluvě (jaroslav.fort@fs.cvut.cz) a ode mne potvrzeném termínu

Základy funkcionální analýzy

- Požaduje se znalost prostorů $R, R^n,\ C(<0,1>),\ C_2(<0,1>)$, $C^1(<0,1>), L_2(<0,1>)$ a jejich vlastností. U zkoušky budou doplňkové otázky kromě dále uvedených požadavků - např. spočítat normu konkrétní funkce v určitém prostoru

  1. metrika, metrický prostor, konvergentní a fundamentální (Cauchyovská) posloupnost prvků metrického prostoru, příklady metrických prostorů funkcí, konkrétní výpočet vzdálenosti zadaných prvků metrického prostoru
  2. uzávěr množiny, uzavřená a otevřená množina, hromadný bod, hustá množina metrického prostoru
  3. úplný prostor, zúplnění metrického prostoru, příklady
  4. lineární normovaný prostor, Banachův prostor, příklady prostorů funkcí, konkrétní výpočet normy zadaného prvku určitého prostoru
  5. Prostor se skalárním součinem, Hilbertův prostor, příklady prostorů funkcí, konkrétní výpočet skalárního součinu zadaných prvků
  6. Kontraktivní operátor v Banachově prostoru. Věta o pevném bodě kontraktivního operátoru. Konstrukce posloupnosti konvergující k pevnému bodu.
  7. operátor, omezený operátor, spojitý operátor, lineární operátor, vlastní čísla lineárního operátoru
  8. definice a výpočet vlastních čísel operátoru A druhé derivace funkce jedné proměnné $x = x(t)$ Ax=x" při zadaných okrajových podmínkách

Tenzorový počet

- Požaduje se znalost operací s tenzory: součet, součin tenzorů, operace úžení tenzoru, operátorový součin - násobení tenzoru 2. řádu vektorem (u zkoušky doplňkové otázky kromě dále uvedených požadavků)

  1. Ortogonální transformace souřadnic. Matice přechodu. Transformace souřadnic bodu v R^3
  2. Definice tenzoru 1., 2. a vyššího řádu. Sdružený, symetrický a antisymetrický tenzor
  3. Lineární operátor v R^3 a jeho popis. Vztah mezi tenzory 2. řádu a lineárními operátory v R^3. Invariantní bilineární forma jako tenzor
  4. derivování skalárních funkcí podle souřadnic - gradient skalární funkce $\Phi = \Phi(x_1, x_2, x_3)$ jako tenzor
  5. derivování vektorové funkce $F = (f_1, f_2, f_3)$ podle souřadnic - Jacobiho matice J (9 složek $J_{i,j} = \frac{\partial\ f_i}{\partial x_j}$) jako tenzor druhého řádu. Divergence vektorové funkce F jako tenzoru (vyjádření pomocí J)

6. tenzorové pole, divergence tenzoru 2. řádu, Gauss-Ostrogradského věta (převod plošného integrálu na objemový) pro tenzorové pole
7. převedení symetrického tenzoru 2. řádu na diagonální tvar, hlavní osy tenzoru
8. deformace tělesa jako tenzor druhého řádu (tenzor deformace)
9. napětí v tělese jako tenzor druhého řádu (tenzor napětí)

Variační počet

1. První a druhý Gâteauxův diferenciál a derivace funkcionálů
2. Gâteauxova derivace funkce 2 proměnných $f(x, y)$ jako funkcionálu v metrickém prostoru R^2
3. Nutné podmínky pro lokální extrémy funkcionálů
4. Postačující podmínky pro lokální extrém funkcionálu
5. Konvexní množina a konvexní funkcionál, vztah mezi konvexností funkcionálu a vlastnostmi jeho diferenciálů
6. lokální extrémy konvexních funkcionálů
7. formulace úlohy s pevnými konci a nutné podmínky extrému (Eulerova rovnice) funkcionálu typu $\int_a^b f(t, x(t), x'(t))\, dt$ (i postup odvození), určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
8. formulace úlohy s volnými konci a nutná podmínka extrému (Eulerova rovnice) pro funkcionály typu $\int_a^b f(t, x(t), x'(t))\, dt$ (princip jejího odvození), určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
9. formulace úlohy s pevnými konci a postačující podmínky extrému funkcionálu typu $\int_a^b f(t, x(t), x'(t))\, dt$, určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
10. formulace úlohy s pevnými konci a nutná podmínka extrému (Eulerova rovnice) pro funkcionály typu $\int_a^b f(t, x(t), x'(t), x''(t), \dots x^{(n)}(t))\, dt$, a princip jejího odvození určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
11. nutná podmínka (Eulerova rovnice) pro funkcionály typu $\int_a^b f(t, x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), x_1'(t), x_2'(t), \dots, x_n'(t))\, dt$ a princip jejího odvození určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
12. formulace úlohy s pevnými konci a nutná podmínka extrému (Eulerova rovnice) pro funkcionály typu $\int_\Omega f(t_1, t_2, \dots t_n, x(t_1, t_2, \dots t_n), \frac{\partial x}{\partial t_1}, \frac{\partial x}{\partial t_2}, \dots, \frac{\partial x}{\partial t_n})\, dt$, a princip jejího odvození určení Eulerovy rovnice pro konkrétní zadání úlohy
13. přibližné metody řešení úlohy nalezení extrému funkcionálu