Případné náměty k tomuto textu, upozornění na nesrovnalosti apod. sdělte laskavě F. Mrázovi (e-mail: Frantisek.Mraz@fs.cvut.cz)

A1. Je dána lineární diferenciální rovnice 2. řádu $y'' + 4y' + 5y = 5x + 8\cos x$.

a) Určete fundamentální systém řešení příslušné homogenní rovnice $y'' + 4y' + 5y = 0$ a napište její obecné řešení.

b) Užitím metody odhadu určete partikulární řešení dané nehomogenní rovnice a zapište její obecné řešení.

c) Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy pro počáteční podmínky $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Dílčí výsledky: $\lambda_{1,2} = -2 \pm \mathrm{i}$, $y_p(x) = \cos x + \sin x + x - 4/5$.

Stejné zadání a), b), c) pro následující Cauchyovy úlohy.

A2. $\ddot{x} + x = 5\,\mathrm{e}^{3t} - 6\cos 2t$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 1$, dílčí výsledky: $\lambda_{1,2} = \pm\mathrm{i}$, $x_p(t) = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{3t} + 2\cos 2t$.

A3. $\ddot{y} + 4\dot{y} + 4y = 2\,\mathrm{e}^{-2t} + 6$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, dílčí výsledky: $\lambda_{1,2} = -2$ (dvojnásobný kořen), $y_p(t) = t^2\,\mathrm{e}^{-2t} + \dfrac{3}{2}$.

A4. $\ddot{y} - \dot{y} - 2y = 2t + 1 - 6\,\mathrm{e}^{-t}$, $y(0) = -2$, $\dot{y}(0) = 0$, dílčí výsledky: $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 2$, $y_p(t) = 2t\,\mathrm{e}^{-t} - t$.

A5. $\ddot{x} - 2\dot{x} = -\cos 2t$, $x(0) = -2$, $\dot{x}(0) = 0$, úlohy a), b) standardní,

úloha A5 c) Ověřte (dosazením), že funkce $x_p(t) = -\dfrac{1}{4}(t^2 + t)$ je partikulárním řešením rovnice $\ddot{x} - 2\dot{x} = t$.

úloha A5 d) Zapište obecné řešení nehomogenní rovnice $\ddot{x} - 2\dot{x} = t - \cos 2t$. *Nápověda.* Použijte výsledky úloh b), c).

Dílčí výsledky: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 2$, b) $x_p(t) = \dfrac{1}{8}\cos 2t + \dfrac{1}{8}\sin 2t$.